

XIV Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów z r. szk. 2013/2014)

Etap powiatowy

15 luty 2014, godzina 10.00

(150 minut)

1. Do okręgu o średnicy $AB = 2r$ poprowadzono styczną s w punkcie P leżącym na okręgu. Wiedząc, że $AP = k$ ($k > 0$), obliczyć sumę odległości punktów A , B od tej prostej stycznej. Rozpatrz wszystkie przypadki.
2. Trzy osoby, pracując razem, wykonują pewną pracę w ciągu 4 godzin. Natomiast pierwsza osoba z drugą wykonałyby tę pracę w ciągu 6 godzin, a pierwsza z trzecią – w ciągu 8 godzin. W ciągu ilu godzin wykonałyby tę pracę każda z osób: pierwsza, druga i trzecia, pracując samodzielnie?

3. Rozwiąż równanie z niewiadomą x :

$$\frac{36 \cdot 18^n - 8 \cdot 2^{n-4} \cdot 9^n - 3^{n+1} \cdot 6^{n+1}}{18^{n-1}} = \frac{5}{2} \cdot x \cdot \left(\frac{0,125 \cdot \sqrt[3]{4}}{4 \cdot 8^{\frac{-2}{3}} - \left(\sqrt[5]{2 \cdot \sqrt[3]{4}} \right)^{-3}} \right)^{-0,75}, \text{ gdzie } n \text{ oznacza dowolną liczbę}$$

naturalną.

4. W trójkącie ostrokątnym ABC , długość boku AB jest równa 10, długość środkowej AK wynosi 9 (K - środek boku BC), a długość wysokości BL wynosi 8. Oblicz pole trójkąta ABC .
5. Udowodnij, że $\underbrace{22\dots2}_n + \underbrace{33\dots3}_n^2 = \underbrace{11\dots1}_{2n}$.

Powodzenia!

XIV Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom II

(klasy drugie liceum i trzecie technikum z r. szk. 2013/2014)

Etap powiatowy

15 luty 2014, godzina 10.00

(150 minut)

1. Wyznacz wszystkie wartości parametru m dla którego dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{\frac{(m^2-1)x^2+(m+1)x+6}{x^2+5}}$ jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych.
2. Rozwiąż równanie: $5x^2 + 5y^2 + z^2 + 4 = 4xy + 4yz + 4x$.
3. Hurtownik sprzedając długopisy w cenie 2 złote za sztukę, dziennie sprzedawał 420 sztuk. Zauważył, że przy obniżce ceny o 1 grosz sprzedaż rośnie o 6 sztuk. Hurtownik kupuje długopisy od producenta po 80 groszy za sztukę. Przy jakiej cenie długopisu za sztukę dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk? Ile ten maksymalny zysk wynosi?
4. Z wierzchołka C trójkąta prostokątnego ABC poprowadzono wysokość CD . Udowodnij, że długość wysokości CD jest równa sumie promieni okręgów wpisanych w trójkąty ABC , trójkąt ADC i trójkąt DBC .
5. Iloczyn pewnych trzech liczb pierwszych równa się ich siedmiokrotnej sumie. Jakie to liczby?

Powodzenia!