VIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych
Poziom I
(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)
Etap powiatowy
29 marca 2008, godzina 10.00 (150 minut)

1. Wykaż, że jeżeli $a + b \geq 1$ i $a > 0$ i $b > 0$, to $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$.

2. Dwa trójkąty równoboczne mają wspólny środek i boki równoległe. Pole jednego trójkąta jest dwa razy większe od pola drugiego trójkąta, a bok mniejszego trójkąta ma długość 1. Jaka jest odległość między równoległymi bokami ?

3. Udowodnij, że jeżeli a, b, c są długościami boków trójkąta, to: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ac)$.

4. Porównaj liczby: $a = \frac{1+2^{2006}}{1+2^{2007}}$ i $b = \frac{1+2^{2007}}{1+2^{2008}}$.

5. Rozwiąż równanie: $\big||x| - [x]\big| = \big[|x| - [x]\big]$, gdzie $[x]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od x.

Powodzenia!

VIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych
Poziom II
(klasy drugie liceum i trzecie technikum)
Etap powiatowy
29 marca 2008, godzina 10.00 (150 minut)

1. W kartezjańskim układzie współrzędnych zaznacz zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których współrzędne spełniają równanie: $|y - 1| + |y + 1| + 2|x| = 4$

2. Wykaż, że jeśli stosunek rozwiązań rzeczywistych równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$ jest równy $\frac{1}{3}$, to $3b^2 = 16ac$.

3. Usuń niewymierność z mianownika: $\frac{1}{\sqrt[6]{2}+\sqrt[4]{2}+\sqrt[3]{2}}$.

4. W trapezie ABCD, o podstawach AB i CD, punkt O jest punktem wspólnym przekątnych. Oblicz pole trapezu wiedząc, że pole trójkąta ABO jest równe p, a pole trójkąta CDO jest równe r.

5. Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $\left[\frac{n+4}{2}\right] + 3n - 2(-1)^n$, gdzie $[a]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od a, jest podzielna przez 7.

Powodzenia!