

**IV Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych**  
**I Poziom**  
**( klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów )**  
**Etap powiatowy**  
**marzec 2004**

1. Oblicz:  $\frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}$ .
2. Pan Klewer na pytanie, jaki jest numer jego biletu odpowiedział: „Każde dwie cyfry numeru mojego biletu są różne. Jeśli wszystkie sześć dwucyfrowych liczb, które można otrzymać z cyfr numeru zsumujemy, to połowa otrzymanej sumy jest numerem mojego biletu.” Jaki jest numer biletu Klewera?
3. Rozwiąż układ równań: 
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (x+z)(x+y+z) = 96 \end{cases}$$
4. Udowodnij, że jeżeli  $a, b, c$  są liczbami rzeczywistymi takimi, że  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , to  $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \leq 3$ .
5. Długości boków trójkąta są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi nie mniejszymi od 3. Wykaż, że wysokość opuszczona na bok o średniej długości dzieli go na odcinki, których różnica długości jest równa 4.

**Powodzenia!**

---

**IV Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych**  
**II poziom**  
**( klasy drugie liceum i trzecie technikum )**  
**Etap powiatowy**  
**marzec 2004**

1. Dana jest funkcja  $f(x) = (m-2)x^2 - 2mx + 4m - 1$ . Wyznacz zbiór wartości tej funkcji wiedząc, że prosta o równaniu  $x = 2$  jest osią symetrii jej wykresu.
2. Rozwiąż układ równań: 
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x^2 - y^2} = y \\ x^4 - y^4 = 144 \end{cases}$$
3. Wyznacz najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)$  oraz argumenty dla których funkcja ją osiąga.
4. Wykaż, że jeżeli  $x + y + z = 1$ , to  $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$ .
5. Dane są pola  $P_1$  i  $P_2$  dwóch trójkątów, których podstawami są podstawy trapezu, a wspólnym wierzchołkiem punkt przecięcia przekątnych trapezu. Oblicz pole trapezu.

**Powodzenia!**