

III Podkarpacki Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych
Etap powiatowy
21 marca 2003 r. godzina 10.00
(150 minut)

1. Dane są rozwinięcia dziesiętne liczb a i b : $a = 4, (1)$, $b = 3, (7)$.
Znajdź rozwinięcie dziesiętne liczby $a - b$.
Podaj przykład liczby niewymiernej c takiej, że $b < c < a$.
2. Znajdź wszystkie liczby dwucyfrowe o tej własności, że suma takiej liczby i liczby powstałej z przestawienia jej cyfr jest kwadratem pewnej liczby naturalnej.
3. Oblicz pole trójkąta prostokątnego, którego przeciwprostokątna jest podzielona punktem styczności okręgu wpisanego w ten trójkąt na odcinki o długościach a i b .
4. Dane są dwa okręgi zewnętrznie styczne w punkcie A. Prosta k jest styczna do każdego z tych okręgów odpowiednio w punktach B i C ($B \neq C$). Wykaż, że kąt BAC jest prosty.
5. Udowodnij, że dla dowolnych a, b, c prawdziwa jest nierówność:

$$a^3 + b^3 + c^3 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2(a + b + c)$$

Powodzenia !