

**I Podkarpacki Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich szkół średnich
Etap rejonowy -poziom I
(tylko klasy matematyczne)**

21 kwietnia 2001 r. godzina 10.00
(150 minut)

1. Dla jakich wartości parametru a zbiór wartości funkcji $f(x) = ax^2 - (2a - 1)x + 2a - 1$ zawiera się w przedziale $(0, \infty)$?
2. Rozwiąż układ równań
$$\begin{cases} (x + y)(x + y + z) = 18 \\ (y + z)(x + y + z) = 30 \\ (x + z)(x + y + z) = 24 \end{cases}$$
3. Dla jakich n naturalnych ułamek $\frac{n^3 - n^2 + 2}{n - 1}$ jest liczbą całkowitą?
4. Na bokach AB i AD czworokąta ABCD wpisanego w okrąg obrano punkty P i Q takie, że $|AP| = |CD|$ oraz $|AQ| = |BC|$. Odcinki AC i PQ przecinają się w punkcie M. Udowodnij, że $|PM| = |MQ|$.
5. Udowodnij, że jeżeli dwa okręgi są styczne zewnętrznie i poprowadzimy przez punkt styczności prostą przecinającą oba okręgi, to kąty wpisane oparte na wyciętych cięciwach są równe lub ich suma wynosi 180° .

Powodzenia !

**I Podkarpacki Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich szkół średnich
Etap rejonowy -poziom II
(tylko klasy matematyczne)**

21 kwietnia 2001 r. godzina 10.00
(150 minut)

1. Wyznacz te wartości parametru s , dla których równania $x^2 + 3x + 2s = 0$ i $x^2 + 6x + 5s = 0$ mają po dwa różne pierwiastki, przy czym między dwoma pierwiastkami jednego równania znajduje się dokładnie jeden pierwiastek drugiego równania.
2. Iloczyn pewnych trzech liczb pierwszych równa się ich pięciokrotnej sumie. Co to za liczby?
3. Udowodnij, że dla liczb dodatnich a, b, c takich, że $a + b + c = 1$ zachodzi nierówność:
$$\left(1 + \frac{1}{a}\right) \left(1 + \frac{1}{b}\right) \left(1 + \frac{1}{c}\right) \geq 64.$$
4. Wykaż, że jeżeli cztery kolejne liczby nieparzyste są pierwiastkami wielomianu o współczynnikach całkowitych, to ten wielomian dla każdej liczby nieparzystej przyjmuje wartość podzielną przez $3 \cdot 2^7$.
5. Na okręgu którego promień ma długość r opisano trapez równoramienny. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trapezie, wiedząc, że kąt wewnętrzny pomiędzy ramieniem trapezu, a jego krótszą podstawą jest równy α .

Powodzenia !