

**I Podkarpacki Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich szkół średnich
Poziom I**

Etap wojewódzki (wszystkie klasy oprócz matematycznych)
1 czerwca 2001 r. godzina 10.00
(150 minut)

1. Pewien wielomian jest podzielny przez $x - 1$. Przy dzieleniu przez $x - 2$ daje on resztę 2, zaś przy dzieleniu przez $x - 3$ resztę -4 . Wyznacz resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$.
2. Wiadomo, że $a + b + c < 0$ i że równanie $ax^2 + bx + c = 0$ nie posiada pierwiastków rzeczywistych. Ustal znak współczynnika c .
3. Dany jest czworokąt o bokach długości a, b, c, d . Wykaż, że jego pole S spełnia nierówność: $S \leq \frac{1}{4}(a + c)(b + d)$.
4. Niech h_1, h_2 będą wysokościami trójkąta, zaś r długością promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt. Wykaż, że $\frac{1}{2r} < \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} < \frac{1}{r}$.
5. Pary liczb całkowitych (x, y) spełniające równanie $x^3 - x^2y + xy - y^2 = 5$ są współrzędnymi wierzchołków pewnego wielokąta wypukłego. Oblicz jego pole.

Powodzenia !

**I Podkarpacki Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich szkół średnich
Poziom II**

Etap wojewódzki (tylko klasy matematyczne)
1 czerwca 2001 r. godzina 10.00
(150 minut)

1. Rozwiąż układ równań:
$$\begin{cases} x_1(x_1 - 1) = x_2 - 1 \\ x_2(x_2 - 1) = x_3 - 1 \\ x_3(x_3 - 1) = x_4 - 1 \\ \vdots \\ x_n(x_n - 1) = x_1 - 1 \end{cases} .$$
2. Wyznacz największą wartość funkcji $f(x) = \sqrt{2x + 1} - x$ w jej dziedzinie.
3. Dla jakich $n \in N_+$ liczby $2^{n+1} - 1$ i $2^{n-1}(2^n - 1)$ są jednocześnie sześcianami liczb naturalnych?
4. Trójkąt ABC przecięto prostą MN tak, że $M \in AC$ i $N \in BC$. Powstałe wielokąty mają takie same pola i obwody. Udowodnij, że MN zawiera środek okręgu wpisanego w trójkąt ABC .
5. Rozwiąż równanie $x^{19} + x^{95} = 2x^{19+95}$.

Powodzenia !