

**VI JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY
IM. HUGONA STEINHAUSA**

1 grudnia 2006 r.

KLASA I

1. Udowodnij, że liczba $(2 + 1) \cdot (2^2 + 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot (2^8 + 1) \cdot \dots \cdot (2^{64} + 1)$ jest podzielna przez $2^{64} - 1$.
2. Za 7 ołówków, 9 długopisów i 11 zeszytów zapłacono 87 zł, zaś za 3 ołówki, 4 długopisy i 5 zeszytów zapłacono 39 zł. Jaką kwotę trzeba będzie zapłacić za 9 ołówków, 11 długopisów i 13 zeszytów?
3. W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 6 cm i 8 cm oblicz odległość środka okręgu wpisanego od środka okręgu opisanego na tym trójkącie.
4. W przeprowadzonych 12 listopada 2006 r. wyborach do rad powiatów komisja wyborcza po uzyskaniu informacji o liczbie głosów ważnych oddanych na poszczególne komitety wyborcze, rozdziału mandatów dokonywała na podstawie przepisów Ordynacji Wyborczej, której niezbędne artykuły 134 i 151 są zamieszczone na dołączonej kartce. Wykonując odpowiednie obliczenia dokonaj podziału mandatów w jednym z okręgów wyborczych w powiecie jasielskim według przepisów ordynacji.

Oto dane konieczne do rozdziału mandatów:

- 1) liczba głosów ważnych w powiecie – 41166,
- 2) liczba głosów ważnych w powiecie (5 okręgów) oddanych na listy poszczególnych komitetów wyborczych: komitet A – 5568, B – 2778, C – 14621, D – 1384, E – 2110, F – 3855, G – 5446, H – 4846, J – 558.

W okręgu wyborczym nr 5, w którym do rozdziału były 4 mandaty, poszczególne komitety wyborcze uzyskały następujące ilości głosów ważnych: komitet A – 2311, B – 366, C – 2505, D – 170, E – 526, F – 803, G – 540, H – 396. Liczba głosów ważnych w tym okręgu wyniosła 7617. Grupę list utworzyły komitety wyborcze: A, B, E, G, H, J, zaś pozostałe komitety wyborcze startowały w wyborach samodzielnie.

Czas pracy – 150 minut.

**VI JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY
IM. HUGONA STEINHAUSA**

1 grudnia 2006 r.

KLASA II

1. Wykaż, że jeśli a, b, c, d są liczbami rzeczywistymi dodatnimi, to przynajmniej jedna z liczb $\frac{a+b}{c}, \frac{b+c}{d}, \frac{c+d}{a}, \frac{d+a}{b}$ jest nie większa od 2.
2. Zaznacz w prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie zbiór wszystkich punktów, których współrzędne spełniają nierówność $(|x| + |y| - 3) \cdot (5 + 4x - x^2) \geq 0$
3. W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma miarę α . Oblicz stosunek długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt do długości promienia okręgu opisanego na nim. Dla jakiej wartości α stosunek ten jest największy?
4. W przeprowadzonych 12 listopada 2006 r. wyborach do rad powiatów komisja wyborcza po uzyskaniu informacji o liczbie głosów ważnych oddanych na poszczególne komitety wyborcze, rozdziału mandatów dokonywała na podstawie przepisów Ordynacji Wyborczej, której niezbędne artykuły 134 i 151 są zamieszczone na dołączonej kartce. Wykonując odpowiednie obliczenia dokonaj podziału mandatów w jednym z okręgów wyborczych w powiecie jasielskim według przepisów ordynacji.

Oto dane konieczne do rozdziału mandatów:

- 1) liczba głosów ważnych w powiecie – 41166,
- 2) liczba głosów ważnych w powiecie (5 okręgów) oddanych na listy poszczególnych komitetów wyborczych: komitet A – 5568, B – 2778, C – 14621, D – 1384, E – 2110, F – 3855, G – 5446, H – 4846, J – 558.

W okręgu wyborczym nr 3, w którym do rozdziału było 6 mandatów, poszczególne komitety wyborcze uzyskały następujące ilości głosów ważnych: komitet A – 961, B – 803, C – 3096, D – 457, F – 783, G – 1322, H – 2395. Liczba głosów ważnych w tym okręgu wyniosła 9819. Grupę list utworzyły komitety wyborcze: A, B, E, G, H, J, zaś pozostałe komitety wyborcze startowały w wyborach samodzielnie.

Czas pracy – 150 minut.

**VI JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY
IM. HUGONA STEINHAUSA**

1 grudnia 2006 r.

KLASA III

1. Znajdź wszystkie funkcje $f(x)$ spełniające równanie $2f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ dla $x \neq 0$.
2. Wykaż, że jeśli $\sqrt{xy - z^2} + \sqrt{yz - x^2} + \sqrt{xz - y^2} = x^2 + y^2 + z^2$, to $x = y = z = 0$.
3. Udowodnij, że jeżeli długość jednego z boków trójkąta jest równa średniej arytmetycznej długości pozostałych boków, to jedna z wysokości tego trójkąta jest trzy razy dłuższa od promienia koła wpisanego w ten trójkąt.
4. W przeprowadzonych 12 listopada 2006 r. wyborach do rad powiatów komisja wyborcza po uzyskaniu informacji o liczbie głosów ważnych oddanych na poszczególne komitety wyborcze, rozdziału mandatów dokonywała na podstawie przepisów Ordynacji Wyborczej, której niezbędne artykuły 134 i 151 są zamieszczone na dołączonej kartce. Wykonując odpowiednie obliczenia dokonaj podziału mandatów w jednym z okręgów wyborczych w powiecie jasielskim według przepisów ordynacji.

Oto dane konieczne do rozdziału mandatów:

- 1) liczba głosów ważnych w powiecie – 41166,
- 2) liczba głosów ważnych w powiecie (5 okręgów) oddanych na listy poszczególnych komitetów wyborczych: komitet A – 5568, B – 2778, C – 14621, D – 1384, E – 2110, F – 3855, G – 5446, H – 4846, J – 558.

W okręgu wyborczym nr 1, w którym do rozdziału było 7 mandatów, poszczególne komitety wyborcze uzyskały następujące ilości głosów ważnych: komitet A – 663, B – 1263, C – 4579, D – 757, E – 277, F – 1503, G – 2229, H – 1109, J – 558. Liczba głosów ważnych w tym okręgu wyniosła 12938. Grupę list utworzyły komitety wyborcze: A, B, E, G, H, J, zaś pozostałe komitety wyborcze startowały w wyborach samodzielnie.

Czas pracy – 150 minut.

Przepisy Ordynacji Wyborczej (wyciąg)

Art. 134.

- 1) W podziale mandatów uczestniczą listy tych komitetów wyborczych, na których listy w skali powiatu oddano co najmniej 5% ważnie oddanych głosów.
- 2) W podziale mandatów uczestniczą grupy list na które oddano w skali powiatu co najmniej 10% ważnie oddanych głosów. Do list wchodzących w skład grupy list stosuje się przepis pkt. 1);
- 3) Przy ustalaniu wyniku głosowania na grupę list uwzględnia się również głosy oddane na te komitety, których listy wchodzące w skład grupy nie uzyskały co najmniej 5% ważnie oddanych głosów w skali powiatu.

Art. 151.

- 1) Liczbę głosów ważnych oddanych na każdą z list lub grupę list w okręgu wyborczym dzieli się kolejno przez 1; 2; 3; 4; 5 i dalsze kolejne liczby, aż do chwili, gdy z otrzymanych w ten sposób ilorazów da się uszeregować tyle kolejno największych liczb, ile wynosi liczba mandatów do rozdzielenia między listy lub grupy list;
- 2) Każdej liście lub grupie list przyznaje się tyle mandatów, ile spośród ustalonego w powyższy sposób szeregu ilorazów przypada jej liczb kolejno największych;
- 3) Jeśli w wyborach uczestniczą grupy list, liczbę głosów oddanych na listy wchodzące w skład grupy, z zastrzeżeniem art. 134 pkt. 1 i 2, dzieli się kolejno przez 1; 3; 5; 7 i dalsze kolejne liczby nieparzyste, aż do chwili, gdy z otrzymanych w ten sposób ilorazów da się uszeregować tyle kolejno największych liczb, ile wynosi liczba mandatów do rozdzielenia między listy w ramach grupy list;
- 4) W przypadku określonym w pkt. 3, każdej liście przyznaje się tyle mandatów, ile przypada jej liczb kolejno największych spośród szeregu ilorazów ustalonego w sposób opisany w pkt. 3.