

II JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY

IM. HUGONA STEINHAUSA

23 listopada 2002 r.

Klasa pierwsza

1. Do wykonania wykopu koparki A, B, C potrzebują – pracując oddzielnie – odpowiednio 45 godz., 30 godz., 18 godz..
 - a) W ciągu ilu godzin wykonają tę pracę pracując jednocześnie?
 - b) Przyjmijmy, że koparki A i B pracowały po 6 godzin. Ile godzin potrzeba koparce C na dokończenie pracy?
2. Dla jakich $x \in R$ wyrażenie $|x - 1| + |2 - x|$ przyjmuje najmniejszą wartość i ile ona wynosi ?
3. Zbadaj, czy liczba $4^9 + 6^{10} + 3^{20}$ jest liczbą złożoną, czy pierwszą.
4. (S) Koło dzieli płaszczyznę na dwa obszary; można ją podzielić dwoma kołami na cztery, potem dorysować trzecie koło tak, aby powstała figura ośmioobszarowa. Czy istnieje układ czterech kół dzielący płaszczyznę na 16 obszarów?

Czas pracy 120 minut.

Nie wolno używać kalkulatorów.

Każde zadanie należy rozwiązywać na osobnej kartce.

POWODZENIA !

II JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY

IM. HUGONA STEINHAUSA

23 listopada 2002 r.

Klasa trzecia

1. Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste m dla których równanie $x^2 + x + m = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste większe od m .
2. Znajdź wszystkie liczby całkowite x , dla których funkcja $f(x) = \frac{7x+1}{3x+4}$ przyjmuje wartości całkowite.
3. Trójkąt o bokach długości 8 cm, 10cm, 12cm podzielono prostą równoległą do najdłuższego boku tak, że pola otrzymanych figur są równe. Oblicz obwody tych figur.
4. (S) W wyborach samorządowych przeprowadzonych w Polsce w ubiegłym miesiącu w gminach o ponad 20 tysiącach mieszkańców wyniki wyborów do rad ustalano tzw. metodą d'Honta. W ordynacji wyborczej sposób przyznawania mandatów poszczególnym listom kandydatów był opisany następująco:
 - 1) liczbę głosów ważnie oddanych na każdą z list w okręgu wyborczym dzieli się kolejno przez 1; 2; 3; 4; 5 i dalsze kolejne liczby, aż do chwili gdy z otrzymanych w ten sposób ilorazów da się uszeregować tyle kolejno największych liczb, ile wynosi liczba mandatów do rozdzielenia między listy,
 - 2) każdej liście przyznaje się tyle mandatów, ile spośród ustalonego w powyższy sposób szeregu ilorazów przypada jej liczb kolejno największych.

W jednym z okręgów wyborczych w Jaśle poszczególne listy (oznaczmy je literami: A, B, C, D, E, F) otrzymały następujące ilości głosów ważnych: A – 907, B – 147, C – 1406, D – 389, E – 930, F – 695. Do rozdziału w tym okręgu było 7 mandatów. Dokonaj podziału tych mandatów między poszczególne listy, wykonując odpowiednie obliczenia.

Czas pracy 120 minut.

Nie wolno używać kalkulatorów.

Każde zadanie należy rozwiązywać na osobnej kartce.

POWODZENIA !

II JASIELSKI KONKURS MATEMATYCZNY

IM. HUGONA STEINHAUSA

23 listopada 2002 r.

Klasa czwarta

1. Udowodnij, że jeśli a i b są dowolnymi nieujemnymi liczbami rzeczywistymi, to $(a + b)(a^4 + b^4) \geq (a^2 + b^2)(a^3 + b^3)$
2. W czworokącie przekątne są prostopadłe i można w niego wpisać okrąg. Uzasadnij, że iloczyn długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe.
3. Dla jakich wartości parametru p równanie $||x - 2| - 3| = p^2 + 2p - 3$ ma dokładnie dwa rozwiązania?
4. (S) W wyborach samorządowych przeprowadzonych w Polsce w ubiegłym miesiącu w gminach o ponad 20 tysiącach mieszkańców wyniki wyborów do rad ustalano tzw. metodą d'Honta. W ordynacji wyborczej sposób przyznawania mandatów poszczególnym listom kandydatów był opisany następująco:
 - 3) liczbę głosów ważnie oddanych na każdą z list w okręgu wyborczym dzieli się kolejno przez 1; 2; 3; 4; 5 i dalsze kolejne liczby, aż do chwili gdy z otrzymanych w ten sposób ilorazów da się uszeregować tyle kolejno największych liczb, ile wynosi liczba mandatów do rozdzielenia między listy,
 - 4) każdej liście przyznaje się tyle mandatów, ile spośród ustalonego w powyższy sposób szeregu ilorazów przypada jej liczb kolejno największych.

W jednym z okręgów wyborczych w Jaśle poszczególne listy (oznaczmy je literami: A, B, C, D, E, F) otrzymały następujące ilości głosów ważnych: A – 907, B – 147, C – 1406, D – 389, E – 930, F – 695. Do rozdziału w tym okręgu było 7 mandatów. Dokonaj podziału tych mandatów między poszczególne listy, wykonując odpowiednie obliczenia.

Czas pracy 120 minut.

Nie wolno używać kalkulatorów.

Każde zadanie należy rozwiązywać na osobnej kartce.

POWODZENIA !